

NOVEMBER/DECEMBER 2023

23UEMA10C/23IEMA10C —
MATHEMATICS – I

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

SECTION A — (10 × 2 = 20 marks)

Answer ALL questions.



1. Write the expansion of $(1 + x)^{-2}$.

$(1 + x)^{-2}$ -யின் விரிவைக் காண்க.

2. Show that $\left[\frac{a-b}{a}\right] + \frac{1}{2}\left[\frac{a-b}{a}\right]^2 + \frac{1}{3}\left[\frac{a-b}{a}\right]^3 + \dots$
 $= \log_e a - \log_e b$.

$$\left[\frac{a-b}{a}\right] + \frac{1}{2}\left[\frac{a-b}{a}\right]^2 + \frac{1}{3}\left[\frac{a-b}{a}\right]^3 + \dots$$

$$= \log_e a - \log_e b$$

எனக் காட்டுக.

3. If $A = \begin{pmatrix} 2 & 2+i & -i \\ 1+i & -3 & 4+3i \end{pmatrix}$ then find $\bar{A}$.

$A = \begin{pmatrix} 2 & 2+i & -i \\ 1+i & -3 & 4+3i \end{pmatrix}$ எனில் $\bar{A}$ ஐக் காண்க.

4. State Cayley Hamilton theorem.

கெய்லி - ஹேமில்டோன் தேற்றத்தைக் கூறுக.

5. Prove that $\nabla = 1 - E^{-1}$.

$\nabla = 1 - E^{-1}$ என நிறுவுக.

6. Write the formula for Lagrange's interpolation method.

லெக்ராஞ்சியின் இடைச்செருகல் வாய்ப்பாட்டை எழுதுக.

7. Write the expansion of $\cos n\theta$.

$\cos n\theta$ -வின் விரிவாக்கத்தை எழுதுக.

8. Prove that $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$.

$\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$ என நிரூபி.

9. If $y = \sin(ax + b)$, find y_n .

$y = \sin(ax + b)$ எனில் y_n காண்க.

10. Define Saddle point.

நிழற்புள்ளி - வரையறு.

18. Using Lagrange's interpolation formula find $y(10)$.

$x: 5 \quad 6 \quad 9 \quad 11$

$y: 12 \quad 13 \quad 14 \quad 16$

லெக்ராஞ்சியின் இடைச்செருகல் சூத்திரத்தை பயன்படுத்தி $y(10)$ -ன் மதிப்பைக் காண்க.

$x: 5 \quad 6 \quad 9 \quad 11$

$y: 12 \quad 13 \quad 14 \quad 16$

19. Separate into real and imaginary parts of $\cos(x + iy)$.

$\cos(x + iy)$ -ன் மெய் மற்றும் கற்பனை பகுதிகளை பிரிக்க.

20. Find the maximum or minimum values of $2(x^2 - y^2) - x^4 + y^4$.

$2(x^2 - y^2) - x^4 + y^4$ -ன் மீப்பெருமம் அல்லது மீச்சிறுமத்தை காண்க.

SECTION C — (3 × 10 = 30 marks)

Answer any THREE questions.

16. If a, b, c denote three consecutive integers, show that

$$\log_e b = \frac{1}{2} \log_e a + \frac{1}{2} \log_e c + \frac{1}{2ac+1} + \frac{1}{3} \frac{1}{(2ac+1)^3}$$

a, b, c என்பது அடுத்தடுத்த முழு எண்கள் எனில்

$$\log_e b = \frac{1}{2} \log_e a + \frac{1}{2} \log_e c + \frac{1}{2ac+1} + \frac{1}{3} \frac{1}{(2ac+1)^3}$$

என நிறுவுக.

17. Using Cayley-Hamilton theorem find the inverse

of the matrix $\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$.

$\begin{pmatrix} 7 & 2 & -2 \\ -6 & -1 & 2 \\ 6 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ என்ற அணிக்கு ஹேலே-ஹாமில்டன்

தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி எதிர் அணியைக் காண்க.

SECTION B — (5 × 5 = 25 marks)

Answer ALL questions.

11. (a) Sum the series to infinity

$$1 + \frac{3}{4} + \frac{3.5}{4.8} + \frac{3.5.7}{4.8.12} + \dots$$

$$1 + \frac{3}{4} + \frac{3.5}{4.8} + \frac{3.5.7}{4.8.12} + \dots$$

தொடரின் கூடுதல் காண்க.

Or

- (b) Show that $\frac{3^2}{1!} + \frac{5^2}{3!} + \frac{7^2}{5!} + \dots 5e$.

$$\frac{3^2}{1!} + \frac{5^2}{3!} + \frac{7^2}{5!} + \dots 5e \text{ என நிரூபி.}$$

12. (a) Show that the non singular matrix

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ satisfied the equation

$A^2 - 2A - 5I = 0$. Hence evaluate A^{-1} .

$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ என்ற பூச்சியமற்ற கோவை

$A^2 - 2A - 5I = 0$ என்ற சமன்பாட்டை தீர்வு செய்யும் எனக் காண்க. அதிலிருந்து A^{-1} -யைக் கண்டுபிடி.

Or

(b) Show that $\begin{bmatrix} 1 & 1+i & -2+i \\ 1-i & 2 & 8+i \\ -2+i & 8-i & 0 \end{bmatrix}$ as a

Hermitian matrix.

ஹெர்மிசியன் $\begin{bmatrix} 1 & 1+i & -2+i \\ 1-i & 2 & 8+i \\ -2+i & 8-i & 0 \end{bmatrix}$ அணி

என நிறுவுக.

13. (a) From the following data, find θ at $x = 43$ using Newton's forward interpolation formula.

$x:$ 40 50 60 70 80 90

$\theta:$ 184 204 226 250 276 304

கீழே கொடுக்கப்பட்டுள்ள விவரங்களிலிருந்து $x = 43$ எனில் θ -ன் மதிப்பை நியூட்டனின் முன்னோக்கி இடைச் செருகலின் வாய்ப்பாட்டு மூலம் காண்க.

$x:$ 40 50 60 70 80 90

$\theta:$ 184 204 226 250 276 304

Or

- (b) Prove that $(1 + \Delta)(1 - \nabla) = 1$.

$(1 + \Delta)(1 - \nabla) = 1$ என நிறுவுக.

14. (a) Prove that $\frac{\cos 5\theta}{\cos \theta} = 1 - 12 \sin^2 \theta + 16 \sin^4 \theta$.

$\frac{\cos 5\theta}{\cos \theta} = 1 - 12 \sin^2 \theta + 16 \sin^4 \theta$ என நிறுவுக.

Or

- (b) Prove that $\cosh^{-1} x = \log [x + \sqrt{x^2 - 1}]$.

$\cosh^{-1} x = \log [x + \sqrt{x^2 - 1}]$ என நிறுவுக.

15. (a) Find y_n when $y = \frac{x^2}{(x-1)^2(x+2)}$.

$y = \frac{x^2}{(x-1)^2(x+2)}$ எனில் y_n -யைக் காண்க.

Or

- (b) If $u = 2xy$, $v = x^2 - y^2$, $x = r \cos \theta$ and

$y = r \sin \theta$ find $\frac{\partial(u, v)}{\partial(r, \theta)}$.

$u = 2xy$, $v = x^2 - y^2$, $x = r \cos \theta$ மற்றும்

$y = r \sin \theta$ எனில் $\frac{\partial(u, v)}{\partial(r, \theta)}$ -வைக் காண்க.